



今更ながら， Q って何？

A Physical Meaning of the Q -factor

水野皓司

1. Q の代表的な表し方

マイクロ波回路，特に共振器を扱うと， Q ファクタ（ Q 値）というものによく出会う^{(1),(2)}．この Q には，代表的な2種類の表現がある．次に示すように，一見これらの二つの Q はお互いに全く違うもののように見える．果たしてそうなのか？ これら二つの Q に共通の物理的イメージを考えてみようというのが本稿の目的である．

典型的な Q の表現の一つは，回路のエネルギーの関係を示すもので，

$$Q = \omega_0 \cdot W / P \quad (1)$$

で表され，ここで， $\omega_0 = 2\pi f_0$ （ f_0 は共振周波数）， W は回路に蓄積されているエネルギー， P は1秒当り消費されるエネルギーである．

もう一つの Q は周波数の関係を表すもので，次式で表現される．

$$Q = f_0 / 2\Delta f \quad (2)$$

ここで Δf は共振周波数からの周波数変化（帯域）である．

2. Q の物理像：エネルギー蓄積と帯域との密接な関係

さて，共振回路の中では，どういうことが起きているのだろう，電波はどう動いているのだろう？

共振回路にエネルギーを蓄積するために，電波を次々

と入れていくことを考えてみよう．このとき，入れていく電波は回路中にある（生き残っている）電波と積み重なっていく必要がある．言い換えると，それが共振回路に求められる性質である．電波が積み重なるためには，位相が合うことが要求される．そして継続的に位相が合って波が重ね合っていくためには，各々の波の周波数はある帯域 Δf 内で一致していなければならない．これが，式(1)の W と式(2)の Δf の間の密接な関係を表す物理的なイメージであり， Q ファクタの実体は，電波が積み重なっていくという動的（ダイナミック）な描像で表される．

3. エネルギー蓄積（電波が生き残る）時間

上で，共振回路の作用として，回路中で生き残っている電波と入ってくる電波とが積み重なっていくことを考えた．電波は回路の中でどのくらい生き残るのだろう，ここでは共振器中電波の寿命みたいなものを考えてみよう．

式(1)の P は1秒当りの損失なので， P/W は，減衰率を表している．このとき減衰の時定数 τ は次式で表される．

$$\tau = W / P \quad (3)$$

この τ を使うと式(1)は，

$$Q = \omega_0 W / P = \omega_0 \cdot \tau \quad (4)$$

となる．つまり， Q が大きいと， τ はそれに応じて大きくなり，電波は回路の中に長時間生き残る，これは上の2.で述べたイメージを支持するものである．またその生き残っている電波と新しく入ってくる電波とがうまく重なり合うためには，周波数がより近い，つまり帯域 Δf がより小さいことが求められることになる．

簡単な数値を当たってみよう． $f_0 = 6 \text{ GHz}$ の誘電体

水野皓司 正員：フェロー
E-mail: koji@riec.tohoku.ac.jp
Koji MIZUNO, Fellow.
電子情報通信学会誌 Vol.99 No.12 pp.1191-1192 2016年12月
©電子情報通信学会 2016

($\epsilon_r \sim 10$) 共振器で $Q=4,000$ が得られたとしよう。このとき、式(4)から $\tau=0.1$ ms となり、電波は共振器中で延べ 10 km の距離を動いていることになる。この動いている時間、距離の間に、電波は自分自身とあるいは新しく共振器に入ってくる電波と干渉し、重ね合ってエネルギーを蓄えることになる。

なお、蛇足ながらここで式(2)を使うと、

$$Q = \omega_0 \cdot \tau = f_0 / 2\Delta f$$

となり、これより、

$$\tau \cdot \Delta f = 1/4\pi \quad (5)$$

という関係が得られるが、この式は、右辺の定数の値はさておき、時々お目に掛かる結び付きである。例えば、パルスの周波数帯域を求めるときの式、あるいは両辺に h を掛けると量子論の不確定性原理の一つになる。

謝辞 本稿は、大平孝教授（豊橋技術科学大学）の示唆、お勧めによるものである。また、東北大学電気通信研究所・共同プロジェクト研究「ミリ波」のメンバーの方々には open-minded な、かつ貴重な御議論を頂いた。ここに記し深く感謝申し上げる。

文 献

- (1) T. Ohira, "What in the World is Q?," IEEE Microw. Mag., vol. 17, no. 6, pp. 42-49, June 2016.
- (2) 大平 孝, "Q ファクタは七色仮面," 信学誌, vol. 99, no. 8, pp. 856-858, Aug. 2016.

(平成 28 年 7 月 28 日受付)



みずの こうじ
水野 皓司 (正員：フェロー)

昭 38 東北大・工・電子卒、工博。昭 43 東北大助手、その後助教授、教授を経て、平 16 東北大名誉教授。平 2~10 理化学研究所チームリーダーを兼務。この間、ミリ波、テラヘルツ波帯デバイスの研究開発に従事。平 5 IEEE フェロー、平 15 文部科学大臣賞（研究功績者）、平 17 IEEE MTT-S Distinguished Educator Award など各受賞。